

El concepto de dualidad

Materias Previas

Aspectos de lógica y filosofía del lenguaje. Su utilización por el psicoanálisis.

a) Antes de abordar este término explicaremos el tema de forma lingüística y lógica. Es conocida la frase “Juan pega a Pedro”, en la que podemos intercambiar los individuos, resultando: “Pedro pega a Juan”. Lo que ha sucedido es que se han intercambiado los sustantivos, de nombre propio en este caso, que sostenían las funciones gramaticales de sujeto y objeto directo. En tanto signos lingüísticos, son del mismo tipo: sustantivos tipo nombres propios. En lógica y matemáticas el resultado de dicho cambio convierte el “enunciado” en su enunciado recíproco¹; ¿por qué? En el caso antiguo de la lógica de sujeto y predicado éste aplica sobre objetos-sujetos del Universo del discurso². No se diferencia sujeto de

¹ Hay que recordar que “recíproco” no significa lo mismo en gramática que en lógica. En gramática una oración recíproca es un caso particular de oraciones reflexivas que indica que la acción es mutua entre dos sujetos; es decir, si reflexivo es que la acción caiga sobre sí mismo, el sujeto y objeto son el mismo, recíproco quiere decir que los dos sujetos hacen la acción sobre el otro. Podemos decir que se ha perdido la reflexividad y se ha cambiado por la acción mutua.

² Para eliminar esa diferencia, suturar al sujeto diríamos nosotros, Frege acaba con la lógica de sujeto-predicado y la sustituye por la de función y

objeto en dicho universo y sólo la función gramatical, en la construcción de la oración hablada, indica las dos posiciones dentro del enunciado - siendo la de sujeto nuestro “Je”. Debido a ello, los lógicos latinos lo denominaban el *subjectum*. Entonces, si no hay manera de diferenciarlo claramente, no queda más remedio que subir un piso más y establecer una relación binaria, un relator o relación lógica, que ligue dos objetos-sujetos: la lógica de relaciones. Entonces en el orden del par de objetos-sujetos que se relacionan tenemos lo que gramaticalmente son las funciones de sujeto y objeto. En nuestro ejemplo, el universo del discurso son personas y el relator, R, es “pegar”; “X pega a Y” es la escritura lógica, que aún podemos simplificar más si toma la forma escrita: xRy.

Ahora podemos invertir el orden. En gramática resulta “Pedro pega a Juan”, que tendría su correlato lógico en la fórmula yRx. Toma ahora toda su importancia el texto inaugural de Lacan “La fase del espejo y su... como formador de Je”, texto que hay que leer en paralelo con “El tiempo lógico... aserto de una incertidumbre anticipada...”. El primero nos da la estructura “espacial” y

argumento, que es la que Lacan usa para el goce que no tiene sujeto. Escrito mediante el cambio de la variable Significante, S, por la variable X. Por el contrario, Lacan se mantiene en una lógica del sujeto gramatical para la lógica del fantasma. También lo hace así en la lógica del ser para las posiciones con el falo imaginario. Ver el trabajo de Luis Pablo Seit:

[La fase fálica y el síntoma](#)

el segundo la dialéctica “temporal” de dicho “Je”. Una identificación fundamental que permite adjudicar un sujeto gramatical a los pensamientos del Ello, donde estaba la pulsión y más tarde el goce, y también a las significaciones del Inconsciente.

Recurrir al término de gramática es, en consecuencia, necesario para marcar esta diferencia que la lógica no nos aporta. No es lo mismo escribir un enunciado que hablarlo (enunciación).

- b) Existe otra forma de inversión en la gramática que es el paso a la voz pasiva: “Pedro es pegado por Juan”. Desde el punto de vista lógico, la fórmula no cambia, xRy , aunque se nos ha colado el verbo ser, que tenemos que dejar claro que no tiene ninguna función ontológica en este caso. En cambio las funciones gramaticales sí que se han modificado: Pedro es el sujeto-paciente y Juan el objeto-agente. Curiosa esta inversión en la que se sustituye el concepto de sujeto por el de “agente” y el de objeto por el de “paciente”; se “invierten” las funciones y no sólo el orden de los nombres propios. Es evidente su necesidad en psicoanálisis para la reversión pulsional, en la que “...se hace hacer” y sobre todo para el fantasma en la neurosis y la perversión. Lo que Freud denominaba “lenguaje de las pulsiones”, su gramática, se refiere a esta posibilidad entre otras. Parece entonces que la lógica científica no permite diferenciar la lógica del Ello y “sus pulsiones” de la lógica del Inconsciente y sus significaciones. Pero si la pulsión no tiene sujeto ¿por qué comentamos las inversiones de funciones de la voz

pasiva? No tiene sujeto en el sentido que este término tiene en psicoanálisis pero podemos, en el habla o el decir, adjudicarle un sujeto gramatical. No sólo Freud lo deja claro en las reversiones de la paranoia o en la pulsión y sus vicisitudes; también Lacan construye toda la lógica del fantasma con dicho sujeto gramatical, pero lo mejora introduciendo la diferencia enunciado-enunciación, de forma que el sujeto Gramatical es el *shifter*, en el enunciado, del sujeto de la enunciación.

Precisamos: la filosofía del lenguaje indica que en la voz pasiva se puede hacer una operación, 'reducción del sujeto', de forma que el complemento agente quede como un vacío. "Pedro es pegado por alguien" queda finalmente en "Pedro es pegado" de manera que el primer predicado diádico ha pasado a ser monádico. En esta proposición tenemos el sujeto paciente ocupando el lugar de un 'objeto' *sui generis*, el sujeto-paciente. La fórmula también puede enunciarse eliminando el sujeto en la forma activa: "Pegan a Pedro". Luego el sujeto gramatical se elimina en la forma activa, en la forma impersonal dejándolo vacío, mientras que en la forma pasiva reaparece en esa transformación que recoloca al sujeto de objeto-paciente. Lo objetaliza, decimos nosotros, además de eliminar el agente.

- c) Recapitulemos: sujeto-objeto en la voz activa se pueden intercambiar como sustantivos o pronombres, igual que los objetos del universo del discurso en lógica. En la voz pasiva es mejor indicar que son agente y paciente más que objeto y sujeto. El objeto-agente ejecuta la acción

que recibe el sujeto-paciente³. Y además podemos elidir en la voz activa el sujeto, y el agente en la voz pasiva. Tenemos que la inversión sujeto-objeto en la voz activa se denomina en lógica operación recíproca. *Es importante remarcar que no hay una función lógica precisa y simple para la inversión en la voz pasiva.* Lacan unirá las dos: sin sujeto y sin objeto agente para la ida y vuelta de la pulsión freudiana, condensándolas en una sola frase: “hacerse x”. En ella el sujeto de la voz activa está eliminado así como el objeto-agente de la voz pasiva quedando el sujeto-paciente designado por el *shifter* “se”. Gramaticalmente el verbo “hacer” es un poco transitivo, pero además de carga semántica muy débil, por lo que si se utiliza en una perífrasis verbal, por ejemplo de tipo impersonal reflexiva tal como “hacerse mirar”, entonces la carga semántica es introducida por el segundo verbo de forma que éste introduce un objeto en función de agente porque no deja de suponer también un sujeto mirante sostenedor de dicho objeto mirada. Al mismo tiempo, el sujeto paciente está elidido pero bajo el *shifter* “se”. Es lo más parecido que Lacan puede formular a lo que en otras lenguas se denomina “voz media” en la que el sujeto y objeto son el mismo. Esta posibilidad de un sujeto mirante no pertenece a lo que él denomina la pulsión sino que implica al Otro como sujeto.

³ Aquí tenemos la matriz del fantasma perverso en Lacan. También para el par sádico-masoquista.

Para logificar este recurso que tiene la gramática, en este caso para el sujeto y el objeto del psicoanálisis, nosotros vamos primero a asimilarlo a una propiedad de la topología y de la geometría proyectiva: **la dualidad**. Antes recordemos que Lacan, para articular el Ello con el Inconsciente, necesita añadir tanto a los “pensamientos” del primero como a las “significaciones” del segundo, mediante el recurso al habla, el “Je” como puro sujeto gramatical. Una condición que él mismo se impone, tal como explica en el “Compte rendu” del *Seminario XIII*, y nos propone que es de la relación al Otro de la que se obtiene el sujeto dividido y la pulsión. O dicho de otra manera, en ese momento tanto la Pulsión como el Inconsciente se obtienen de una relación primera al Otro. Se mantiene aún en la definición que ha dado de la primera como corte en la Demanda, $\$ \diamond D$, y la que ha dado para el segundo en el escrito “Posición del Inconsciente...”. Definiciones que irán modificándose ligeramente cuando aborda el goce.

- d) Fíjense que no hemos introducido aún la negación; ésta aplicará fundamentalmente al predicado, o verbo, y más tarde al operador de cuantificación. Por tanto, dos negaciones distintas. Antes de efectuar la cuantificación, la lógica-matemática tiene una estructura que articula la reciprocidad con la operación monaria de negación, estructura que Lacan recupera en un artículo “La inmisión como estructura...”. Esta misma estructura la usa el psicólogo Jean Piaget denominándola ‘grupo de las dos reversibilidades’. En este grupo, dada una

proposición del tipo relator, pueden obtenerse de ella cuatro proposiciones. Se obtienen mediante cuatro operadores: la identidad, la reciprocidad, la negación y la reciprocidad de la negación. Operaciones que a veces reciben el nombre de grupo de Klein, ya que entre ellas forman una estructura de grupo con la operación composición de operaciones.

Operación identidad: deja igual la relación: “Juan pega a Pedro”.

Reciprocidad: intercambia sujeto y objeto gramaticales: “Pedro pega a Juan”.

Inversión: niega la predicación: “Juan no-pegar a Pedro”.

Inversa de la recíproca⁴ que niega e intercambia: “Pedro no-pegar a Juan”.

Atentos, la reciprocidad no invierte el relator, sino el par sobre el que aplica. Por contra, la negación sí lo “invierte” en un cierto sentido. Para “negar-invertir” un relator existe otra posibilidad monaria que está en la lengua, el antónimo. Éste, diferenciado de la simple negación, lo trabaja la lógica *fuzzy* para cualquier predicado y por tanto también para los relatores. Por ejemplo, el antónimo de “pegar” es, según el caso, “acariciar”. Pueden escribir las cuatro proposiciones anteriores con “acariciar” en sustitución de “pegar”. Ya

⁴ El orden reciprocidad e inversión es equivalente al orden inversión y reciprocidad; por eso forman un grupo.

tienen 8 posibles, las cuatro con “pegar” y las cuatro con “acariciar”. Si utilizan la sinonimia como antónimo, las proposiciones van creciendo con cuatro proposiciones para cada nuevo predicado-antónimo. Armados con nuestras cinco consideraciones –reciprocidad gramatical, reciprocidad lógica, operaciones monarias negación y antónimo, voz activa-pasiva-media y articulación entre ellas, vamos a intentar ofrecer un soporte para una operación de reversión, intercambiabilidad, al modo de la reciprocidad, pero para el sujeto dividido y el objeto @, que será radicalmente **no recíproca**, que es tal como Lacan la define en el *Seminario XIV* y que nosotros recuperamos: la **dualidad**.

- e) Esta propiedad es la que la topología tiene en algún aspecto y que se cumple en toda la geometría proyectiva. En ella, dados dos elementos distintos, no sólo por la función, sino en sí mismos, pueden ocupar el uno el lugar del otro si se “invierten los ligadores” manteniéndose la verdad de cualquier teorema escrito en dicha forma dual. En el caso más simple, con dos elementos, tales como puntos y rectas, tomando como ligador la incidencia o intersección sería:

Teorema (axioma en este caso): “dos puntos generan una recta y sólo una”. Su dual: “dos rectas inciden o intersectan en un punto y sólo uno”.

Se ve que el “antónimo-dual” de ‘generar’ es ‘intersectar’. Como una recta está hecha de puntos podemos decir que los puntos serán nuestros sujetos y las rectas

nuestros objetos para seguir con la analogía. Recordemos que los dos son objetos del universo del discurso y que sólo la enunciación puede situar a uno de ellos como sujeto gramatical. Una vez más el acto de Habla, en la pragmática, introduce algo que la simple lengua no diferencia.

Volvamos de nuevo a la dualidad entre sujeto y objeto. La dualidad es una propiedad de algunas estructuras que constan de dos elementos básicos diferenciados y una operación que los liga, por ejemplo puntos y rectas ligados por la operación incidencia tal como ya hemos visto. Dos rectas inciden en un punto (“se cortan”, decíamos de pequeños) y en caso contrario son paralelas. La dualidad es entonces la propiedad que hace que todas las definiciones y teoremas que podamos construir entre dichos objetos puedan ser enunciados en su forma dual: se cambia un elemento por el otro y las operaciones por las operaciones “duales”; es una nueva “inversión o quizá reversión” distinta, porque además de intercambiar los sujetos y objetos sustituye el predicado por su antónimo geométrico, *por ello se denomina dualidad y no reciprocidad*.

La dualidad no se cumple en la geometría afín pero sí en la geometría proyectiva; de hecho es una de sus mejores propiedades. También se cumple en otras muchas disciplinas como la teoría de circuitos eléctricos: todo circuito eléctrico tiene su circuito dual; en él se cambian los elementos (que son cuatro en este caso: generadores, resistencias, condensadores y bobinas) por

su duales. El dual de una resistencia es ella misma, el de un condensador es una bobina y viceversa; el dual de un generador de tensión es un generador de corriente y viceversa. Ahora sólo falta además cambiar las relaciones, la malla-circuito que los liga por la malla dual: cada unión en serie se cambia por una unión en paralelo y viceversa. Entonces la proporción tensión voltaica / intensidad de corriente es la misma en el primer circuito que la relación intensidad de corriente / tensión voltaica del segundo circuito. También puede hacerse con los circuitos mecánicos⁵.

La dualidad

Lacan, en *Encore*, nos propone dicha dualidad, aunque sigue llamándola reciprocidad, a nivel de la topología entre el sujeto y el objeto mediante la cadena-nudo de Whitehead. Dos nudos *enlazados*, uno anudado en ocho interior y uno trivial.



⁵ Su uso permite que, si un circuito es difícil de calcular, se trasforma en su dual y se hacen los cálculos en él de forma que sirven para el primero. O también, si es imposible construir un circuito teórico, quizá pueda construirse su dual, que tendrá la misma función.

Con movimientos continuos, homotopía, se puede cambiar el nudo trivial en un ocho interior y éste en uno trivial. Se ve así que el objeto @ ya no es sólo el “petit @” como superficie dentro del ocho interior; estamos ya en los nudos para el fantasma y el objeto es radicalmente distinto del sujeto. Es un avance que nos ofrece Lacan para el fantasma antes del salto al nudo borromeo. El ocho interior es una retracción al borde de una banda de Möbius y el círculo es una retracción a uno de los bordes de una banda bilátera. Es una visión topológica que diferencia no sólo el campo del sujeto del campo del Otro, como con los toros, sino una estructura como sujeto dividido distinto de su dobladura como objeto recortado y la ligazón que los articula. Esta visión de la dualidad nos aporta algo nuevo: **la letra del objeto es intercambiable con las letras-soporte del significante en repetición que efectúa el corte del fantasma**, ya que es mediante ese mecanismo como el objeto pasa a ser significante y viceversa. Lo que nos indica que sus diferencias, en tanto letras, no son tanto ontológicas como de “los lugares que ocupan” y sobre todo *cómo se articulan: en cadena o en conjuntos*.

Esta posibilidad de intercambio entre el objeto y el significante mediante las letras que sostiene a los dos (si no ¿qué otra manera habría?) es importantísima, ya que nos da cuenta de cómo el fantasma permite que el sujeto patológico⁶ ocupe los dos lugares, no ambos a la vez

⁶ Nunca hay que confundir el sujeto patológico con el sujeto dividido, que es un corte.

excepto en la psicósomática, según la situación o los discursos en un momento determinado, y también nos ayuda a rigorigar las reversiones pulsionales y fantasmáticas. También es lo que permite ir reduciendo el objeto, que al principio de la estructura es enorme. Lo hace incorporando letra de goce al significante escrito y/o hablado. Pero, además de la dualidad en la topología, tenemos la dualidad en la geometría proyectiva. O dicho de otro modo, la dualidad en la significación fálica en nuestro caso.

El intercambio de letras, en la involución significante, nos ayuda a entender cómo la letra del significante, que por sí sola se queda dando soporte a lo simbólico, puede movilizar las letras objeto, que son las que hemos dicho que “rayan lo real”. Lacan medio visualizó topológicamente esta posibilidad de intercambio sólo con el significante, mediante lo que denominó “atravesamiento del fantasma”⁷ para el deseo, y en la formulación del acto analítico en el que el sujeto se identifica con el objeto. Identificación impensable sin la intermediación de la letra. ¿O no recordamos que el significante nunca es igual a sí mismo⁸ ni a nada? Ahora

⁷ No hay que decir “travesía”, pues no es un viaje, sino una operación de intercambio entre el significante del corte y el objeto, que permite el acto analítico, en el que el sujeto-dividido durante un instante va a identificarse con el objeto, tal como Lacan indica en el *Seminario del acto analítico*. La única posibilidad de rigorigarlo es que se retraiga el ocho interior al corte simple sobre la banda; Lacan no lo consigue ver claro hasta *L'Étourdit*.

⁸ Sólo con el recurso de la identificación al rasgo unario no resolvemos el asunto. Ella iguala los significantes pero no articula con el objeto. No debe

vamos a tratar el tema de forma que se explique cómo las letras pasan de un lugar al otro movilizadas por el significante, sea en la involución significante, sea en el paso de lo real a lo simbólico y viceversa, sea en el rayado de lo real. Tenemos que ver cómo se articula con la significación fálica si ésta está establecida. Necesitamos articular las operaciones topológicas con las de geometría proyectiva de la significación fálica, que es lo que comenzamos en el apartado que sigue a éste.

El obstáculo para haber visto antes la diferencia entre las letras del significante que rayan el significado y las del objeto que rayan lo real, tal como ya hemos explicado en el seminario, se debe a que, en la tópica científica, el objeto es un significante que ocupa el lugar del significado, de modo que parece que son sus letras, que forman parte de las fórmulas de la ciencia, las que rayan lo real. No olvidemos que el objeto es equivalente a una cosa en la ciencia. Por eso la ciencia tiene la diferencia ciencia versus tecnología, la primera con el significante letrificado y la segunda con el objeto-letra. Las segundas letras son las que recubren el punto de viraje del litoral a lo literal (vía sentido). Letras que no provienen de la letra del significante y que denominamos el objeto @ en su cara de plus de goce. *La geometría proyectiva y sus subgeometrías para la significación fálica*

confundirse esta identificación, mediada por la letra, con el término UNIANO que se refiere a la identificación del sujeto al Otro.

a) *Un poco de geometría estructural para nuestro discurso*

En este apartado nos referimos a los casos en los que la significación fálica esté establecida. De lo contrario tenemos la fijeza del objeto que nos indica la clínica, sea en las esquizo-paranoias en las que está siempre ahí - fuera de la realidad en el exterior- sea en las melancólico-maníacas, en las que siempre está en el narcisismo o en el “yo” megalomaniaco o indigno -fuera de la realidad en el interior.

Ya en otros ítems hemos situado la significación fálica como una constricción más que la que impone la topología de las cadenas significantes, que Lacan había definido como *captum mortum*, para la elección y combinación, que ofrece dos sustituciones posibles mediadas por la instancia de la letra. Esta constricción es que entre cuatro elementos colineales⁹ se da una razón doble que debe ser respetada en cualquier transformación, significación-denotación en psicoanálisis; de lo contrario el efecto de sentido queda a su libre albedrío en función del giro de los discursos, pudiendo llegar a la “fuga de ideas”. Lacan explícitamente niega que esta operación con cuatro elementos deba ser entendida como una operación aritmética; siempre lo vinculó con una razón¹⁰, media y extrema al principio¹¹, y

⁹ Que yacen sobre una misma recta.

poco a poco se acerca al concepto de razón doble, que cuando es igual a -1 es denominada razón harmónica.

La geometría proyectiva es una geometría algo más rígida en sus transformaciones que la topología general en las suyas; respeta *que las rectas se transformen en rectas*. Por contra, es mucho más plástica que la geometría habitual, la denominada coloquialmente euclidiana, pero que debemos denominar afín para no mezclar el incluir una métrica, o no, o cumplir, o no, el postulado de las paralelas con la geometría plana habitual, denominada afín. El término euclidiano debemos reservarlo para las geometrías derivadas de la afín en las que se establece una métrica y además se cumple el postulado de las paralelas. En el esquema la geometría euclidiana es denominada geometría métrica parabólica.

¹⁰ Que no es una relación lógica, sino lo que puede suplirla. Y exige que las rectas se conserven en las operaciones ¿si no, cómo establecer sólo con la topología una razón que divide segmentos situados sobre rectas?

¹¹ Lo que no deja de ser un borrón, puesto que si se da esta razón estamos en un espacio afín. Lo que impone otra constricción más. Ver nota sobre el narcisismo en este mismo ítem.

sólo lógico nos abre el camino de añadir algo más a la topología o a la geometría: un función o functor lógico.

Las líneas azules nos separan aquellas geometrías que cumplen el postulado de Euclides de las paralelas, de las que no lo cumplen. Las que lo cumplen son geometrías planas, curvatura cero, y además abiertas en el infinito. Por el contrario, las que no lo cumplen tienen curvaturas distintas de cero, siendo dos de ellas cerradas (el punto de infinito pertenece a ellas). Son la elíptica y la elíptica doble de curvatura positiva (cóncava); la otra es una abierta y de curvatura negativa (convexa). Esta última es la más rara y es la que propone Lacan para la psicosis y mantiene la elíptica (compatible con un plano proyectivo topológico) para la neurosis tras haber rechazado la elíptica doble (esférica) por ser el Uno unificante pero sobre todo porque no permite diferenciar dos porciones diferentes: esférico y a-esférico. Las líneas rojas es cuando se introduce, en una geometría cualquiera, una distancia o una métrica: a cada segmento le corresponde un número y entre las distancias entre tres puntos debe cumplirse una desigualdad concreta que no ponemos ahora. Desigualdad que introduce un poco más que una simple relación entre tres puntos distintos tal como veremos que se cumple en la geometría afín y decíamos más arriba que nos obliga a rechazarla.

Luego, para introducir la razón fálica, añadimos la geometría proyectiva con el propósito de poder establecer razones entre puntos sobre rectas pero

debemos rechazar sus subgeometrías abiertas. También debemos rechazar las que no permitan diferenciar dos pedazos estructuralmente distintos y las que mantienen la relación a tres, puesto que eso supondría que la razón función fálica se comportase como una función fálica que escribe la relación sexual imposible. La escribe en tanto fálica y no es el caso. Por eso nos quedamos con las dos mencionadas anteriormente. Una vez tengamos estas geometrías claras añadiremos la función fálica que, recordamos una vez más, no es la razón fálica. Tres condiciones de la doxa son las que hemos geometrizado. Una, cerradas para incluir el significante fálico como el que cierra el sistema significativo. Dos, que se puedan, mediante corte, diferenciar dos tipos de pedazos para diferenciar el campo del sujeto del campo de objeto. Tres, que no se cumplan relaciones a tres de ningún tipo para que no se escriba la relación sexual como fálica.

b) Relaciones entre las geometrías y la rigorización de la doxa del discurso psicoanalítico

La topología la situamos como si fuese una geometría, lo que no deja de ser un abuso, pues se escindió de ella por tener aspectos diferenciados. La topología, en tanto geometría, nos exige la continuidad en las transformaciones. Por eso las operaciones fundamentales sobre ella son el 'corte' (discontinuidad) y

su inversa 'cosido' (identificación). Operaciones que a veces transforman estructuralmente los objetos y otras veces no. Cuando los transforman, Lacan las denomina "coupures vrais". Lacan nos indicó esto, sin explicación, hasta la saciedad. También nos aporta, para las superficies, tres tipos de agujeros. Uno, creado mediante corte y extracción de una pastilla esférica que denomina agujero imaginable; dos, mediante corte en doble bucle que denomina agujero moebiano; tres, agujero tórico "fuera de la superficie". Los dos primeros son agujeros-borde y el tercero es agujero pero no borde. Este último no nos debe engañar, es el "borde" de toda la superficie en cierto sentido, aunque distinto del "borde" de una superficie esférica; esto es lo importante.

La geometría proyectiva nos impone varias condiciones además de la continuidad, pero fundamentalmente impone que **las rectas se transformen en rectas** y no sólo que los puntos lo hagan en puntos. Entre los puntos de dichas rectas, puesto que ahora se pueden establecer propiedades sobre las rectas, es donde se debe cumplir la razón doble entre otras propiedades. Ahora, lo más difícil.

Comencemos a explicar un poco la geometría que nos interesa. Tal como el esquema nos presenta, trabajaremos con dos "geometrías": la topológica y la geometría proyectiva. De esta última utilizaremos, de

momento, tres subgeometrías¹²: elíptica, elíptica doble e hiperbólica. Recordemos que una geometría proyectiva tiene cuatro subgeometrías habituales, la cuarta es la afín. Estas subestructuras de dicha geometría son geometrías proyectivas restringidas mediante una constricción más. Ésta es que un objeto en el infinito (objeto al que se denomina absoluto) se mantenga siempre fijo en cualquier transformación. Para explicarlo vamos primero a situar brevemente lo que es el infinito en la geometría proyectiva.

Primero indiquemos que nos referiremos siempre al caso de dos dimensiones o superficies. Luego habrá tres tipos de objetos en juego: superficies (plano de todo tipo), líneas (cualesquiera, cónicas y rectas) y puntos. Además nunca hay que perder de vista que existe siempre el conjunto vacío, espacio vacío, como cuarto elemento. Las dimensiones son entonces, respectivamente: 2, 1, 0 y -1.

Ahora planteemos la diferencia entre nuestras superficies en función de en qué geometría estemos. En el caso de la topología se trata de superficies uniláteras o biláteras. Las primeras son las que más nos interesan, en particular el plano proyectivo y la botella de Klein. Las biláteras son la esfera y el toro además de la esfera como elemento neutro. Cualquier otra superficie es

¹² Recordamos terminología. Elíptica es el plano proyectivo real (PPR); elíptica doble es la esférica; hiperbólica es la geometría de Lobachensky; afín es la habitual.

combinación de las anteriores. Las cinco son cerradas, curvadas y cóncavas (curvatura positiva o mayor que cero; constante en la esfera y el plano proyectivo y no constante en las otras). En el caso de la geometría proyectiva, el plano de dos dimensiones recibe el nombre de plano proyectivo, que también es cerrado, pero nunca hay que confundirlo con el plano proyectivo topológico ni con el plano proyectivo real. Veremos más abajo lo que los diferencia.

Usaremos a partir de este momento estos acrónimos: PPT, PPG, PPR, para referirnos respectivamente al plano proyectivo de la topología, al de la geometría proyectiva y al plano proyectivo real. Ahora comparemos el PPG con sus cuatro subgeometrías más conocidas.

- a) Si lo comparamos con un plano afín, que es abierto, contiene una recta de más en el infinito que lo cierra. Un plano afín, el que conocemos habitualmente, se ‘pierde’ en el infinito en todas direcciones. Luego un PPG es un plano afín más una recta en el infinito. En un PPG las paralelas siempre inciden en puntos situados en esa recta de infinito. Ahora, mantengan presente el esquema; si en vez de desplazarnos de arriba hacia abajo o viceversa lo hacemos horizontalmente, tendremos otros cambios.
- b) Añadirle a un plano afín sólo un punto en el infinito (no una recta), denominado punto de infinito, lo convierte en una esfera. Hemos cambiado de subgeometría. Lo que diferencia una geometría afín de una geometría esférica

es que el punto añadido, que lo cierra, permite que algunas paralelas incidan en dicho punto mientras que otras no se lo hagan nunca. Recordemos que en geografía se denomina paralelos a las que no inciden y meridianos a las que sí. Desde el punto de vista puramente geométrico, curvar el plano afín y añadirle un punto fue lo que hizo Colón, y descubrió las Américas¹³.

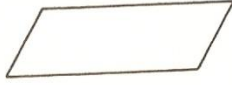
- c) Existe otra posibilidad de añadir un punto a un plano afín, cerrándolo también, pero de forma que además se identifiquen todos los puntos opuestos de una supuesta circunferencia en el infinito; el resultado es el plano proyectivo real de estructura totalmente compatible con el PPT. Este punto es el que utiliza Lacan para situar el significante fálico y no caer en la esfera al cerrar el aparato psíquico; punto que, de estar o no estar, tiene una importancia crucial, una vez más, en nuestra doxa.
- d) La relación de un plano afín con el plano de Lobachevsky de la geometría hiperbólica no es por añadidura de ningún punto ni cerrándolo, sino por curvatura, pero curvatura menor que cero. Es un plano abierto de curvatura negativa (convexo). Una imagen aproximada de dicho plano es la pseudoesfera. El hecho de que sea abierto y convexo permite establecer que si quitamos el punto añadido de un PPR pero no lo aplanamos sino que tenemos en cuenta operaciones topológicas, dadas la analogía estructural entre un PPT y

¹³ Lo que demuestra que no se puede bromear con la falta o no de un punto. Los psicoanalistas lo sabemos bien.

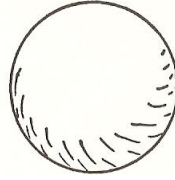
un PPR, quede curvado y con las dos ramas de una hipérbola que se pierden en el infinito. Esto es lo que Lacan utiliza para construir el esquema I. Lo que nos llevará en el apartado siguiente a trabajar un poco más la relación vertical entre el PPG y sus cuatro subgeometrías.

Antes colocamos cuatro gráficos para que lo imaginario haga de intermediario entre lo simbólico y lo real. Esto es una excelente oportunidad de ofrecer un ejemplo de lo que es una SIR, simbolización imaginaria de lo real, que nos permite fijarnos en las limitaciones de lo imaginario en su capacidad de “representar” frente a lo simbólico. El plano afín se dibuja recortado como un rectángulo, lo que da la sensación de que lo cierra, cuando no es así. El PPR, como no entra en tres dimensiones, nos obliga a inmergirlo, como en la topología, y que le quede una línea singular de auto-atravesamiento; eso hace que lo que dibujamos sea de hecho un cross-cap¹⁴. Y para el caso de la geometría hiperbólica la superficie se denomina pseudo-esfera aunque debemos aclarar que no existe una interpretación perfecta de la geometría hiperbólica. La pseudo-esfera sólo realiza (interpreta) una parte limitada de dicha geometría. Por otro lado no deja de llamarnos la atención que no aparezca una subgeometría tórica. Quizás es que lo desconocemos.

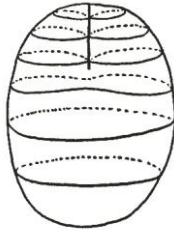
¹⁴ Podríamos hacer otro tipo de inmersión. Una es la superficie de Boy, en la cual no hay punto singular, lo que hace que de momento no le veamos uso aunque algo hemos comentado en el Seminario Virtual. Pero entonces hay tres líneas singulares de auto-atravesamiento.



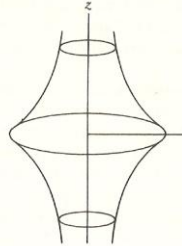
Plano afín



Plano-esférico



Cross-cap



Pseudoesfera

Resumiendo, tengan presente el esquema propuesto más arriba: si nos situamos en el esquema en el nivel de un plano afín (ya que es el conocido) y se añade una recta en el infinito se sube de nivel hacia el PPG. Éste queda cerrado y se ha cambiado a una geometría mucho más general; se pierden las relaciones entre tres elementos, que permitían añadir la media y extrema razón y se pasa a que sólo puedan establecerse razones dobles entre cuatro elementos, en particular la razón armónica. Por el contrario, si se añade un punto se cambia de subgeometría pero dentro del mismo nivel. Dependiendo de cómo se coloca dicho punto, se pasa a una geometría esférica o una sobre el plano proyectivo real. En los dos casos también se ha cerrado y además se ha curvado positivamente el espacio (cóncavo). Si no

se añade nada pero se lo curva negativamente (convexo) se ha pasado a la geometría hiperbólica. Desde el punto de vista del postulado de las paralelas, el paso al PPG permite que se encuentren todas en los puntos de la recta de infinito; en consecuencia no se cumple dicho postulado de Euclides; en la geometría esférica sólo se encuentra un tipo de paralelas; en el caso del plano proyectivo real todas se encuentran en el punto añadido; en el caso del plano hiperbólico, éste queda abierto, no permite que se encuentren las paralelas y además hay infinitas paralelas (no una sola) a una recta dada que pasen por un punto exterior a ella. Por eso esta geometría es usada para el 'empuje a la mujer' en la psicosis. El postulado de las paralelas sólo se cumple entonces en la geometría afín¹⁵.

¹⁵ De hecho pasan por un punto infinitas paralelas a una recta dada. Lo que en nuestro caso nos sitúa muy bien la imposibilidad de que el sujeto siga una dirección concreta en sus significaciones. Un buen razonamiento supone siempre llevar varias líneas de significación a la vez, en paralelo, en las que sostenerse. Por eso la ausencia de significación fálica o estar sobre un plano hiperbólico hizo pensar, desde la filosofía de la razón, que los sujetos estaban locos. Por el contrario, las rectas paralelas que no se encuentran más que en el infinito nos ayudan pensar los diferentes sentidos de una operación significante. Si no hay denotación se pasa de uno al otro en lo que se denomina fuga de ideas. Esos dos sentidos paralelos son los que están fijados en el síntoma. Uno de ellos es el que no da la cara y el analista debe hacer brotar.