

Capítulo 1

Los signos y la predicación en Frege

1.1 Los tipos de signos

El nombre propio es un signo. El nombre común es un signo. Habitualmente en la lógica son tópicos (basados en signos binarios o simplemente signos) de dos planos. Nosotros usaremos o tendremos presentes siempre tópicos trinos, apoyándonos en la simplificación del signo de Morris: significante-significado-referente. El cuarto elemento, si lo mezclamos todo, sería la verdad o valor de verdad. En su enseñanza es bueno seguir el mismo camino que en la lengua o gramática. De los elementos a las proposiciones y de ellas a la modalización... pero es costumbre primero explicar la lógica de enunciados y las conectivas como su sintaxis. Después se entra en ellos, de forma que primero se entra en ellos y después se va "al alza", o complicándolo más de como lo explicamos en el siguiente texto

Nombre propio

Se refiere a lo que no tiene carga predicativa.

Nombre común

Se refiere a lo que sí tiene carga predicativa.

En lingüística

Nombre propio

Significado = Sentido

+++++

Referente (una cosa)

Nombre común

Significado = Sentido

+++++

Referente (una idea). Ambos son referentes extralingüísticos

En teoría de signos se denomina denotación a la relación significante-significado (sentido) y no al referente externo, que no se tiene en cuenta. Entonces el sentido se apoya más en lo imaginario y el referente en un real. En los dos casos el sentido se refiere a la forma en que se expresa. Por ello, dependiendo de la forma de la expresión, existen varios sentidos. La polisemia introducirá también varios sentidos. El sentido se construye como producto terminado en la oración.

Oración = grupo nominal (propios o comunes+adjetivos) + grupo verbal (verbo+adverbio)

Significado = Sentido

Además el sentido expresa un pensamiento. Desde este punto de vista dice que el pensamiento es el referente del sentido. Pero eso ya es lenguaje y pensamiento extralingüístico. Ejemplo:

La luna es blanca

Sentido

+++++

Referente = un pensamiento

(ya damos por supuesto significado= sentido)

Es habitual ponerlo así: La luna es blanca

S e n t i d o

Referente = Pensamiento

1.2 En lógica

Para hacer lógica no nos interesa el sentido, ya que el cambio de un signo por otro en una oración seguramente cambia el sentido y su referente extralingüístico, el pensamiento, pero lo que nos importa es si cambia o no la denotación de lo verdadero y de lo falso. En lógica la denotación es el objeto exterior o añadido al significado. Es distinto de la semiótica por ser un signo trino verdadero no binario. Lo verdadero y lo falso se refiere a la proposición incluida en la oración (si es el caso de que tenga valor apofántico). En lógica interesa el significado = concepto y su denotación. Ejemplo:

Venus es un planeta rojizo

Sentido (1)

El lucero del alba es un planeta rojizo

Sentido (2)

El sentido (1) vale para la ciencia o para cualquier otra cosa. El sentido (2) es más poético.

Tenemos dos oraciones con sentidos distintos y pensamientos distintos. Pero por otro lado, sabemos que Venus es el lucero del alba, con lo que su valor de verdad (no de la oración, que no lo tiene, sino de la proposición incluida en ella) es *el mismo*. Este valor de verdad es otro tipo de "referente" denominado denotación y es este el que nos interesa.

Proposición = Nombre propio + Nombre común

Significado

+++++

Bedeutung (denotación)

Habitualmente escrito así:

Proposición		+ Denotación
Significado		

El significado es la verdad y la denotación un valor de verdad (V o F). Es la proposición la que tiene un significado y por ende un valor de verdad. ¿Cómo llegar a ello? Dando una denotación al nombre propio y otra al nombre común.

- Al nombre propio, Frege le da como denotación un objeto (que es el que hace de sujeto en la proposición, según la lógica habitual hasta ese momento).

- Al nombre común le da como significado un concepto; es el que lleva, como abstracción, la carga predicativa (hoy se nombra como la nota intensional, que incluye a los adjetivos también). Y bajo ese concepto se dice que caen los objetos que hacen verdad la proposición.

Ninguno de los dos tiene por sí mismo valor lógico de verdad, este solo lo tiene la proposición.

Tenemos así:

En la lógica anterior: enunciado predicativo = sujeto, cópula, predicado

En la lógica de Frege: enunciado predicativo = nombre propio + nombre común

Ha desaparecido la cópula que introducía confusión con la ontología: "es" parece un "ser". Pero solo es una conectiva.¹

Veamos cómo lo hace.

Nombre propio. Significado: no tiene. Su denotación es un objeto.

Nombre común. Su significado es un concepto. No tiene denotación.

Enunciado predicativo. Significado = la función verdad. Denotación: verdadero o falso.

¹ Vean el uso que hace de ello Lacan en el seminario, *Encore*, capítulo 3. "Paître" lo convierte en "Parêtre".

Es decir, que una proposición con el significado y la denotación de sus componentes concluye en un nuevo significado (la función verdad) con una denotación que es un valor de verdad. Con ello Frege le da al enunciado predicativo una denotación que es un objeto: objeto verdad, objeto falsedad. O sea, ha construido una denotación distinta para la lógica. **El objeto denotación del enunciado predicativo es un valor de verdad tomado como un objeto.** Hemos construido así un referente interno para la lógica.

Esquema del significado y la denotación:

NP	+	NC	=	proposición
-----		-----		-----
objeto		concepto		valor de verdad
no-significado		no-denotación		denotación (lo verdadero)

El enunciado predicativo no tiene más significado lógico que la función verdad. Puede tener uno distinto en una disciplina auxiliar o en otra disciplina. Por eso a veces los lógicos denominan significado al objeto denotación, lo que lía la lectura. Si usa así significado es mejor decir que es la función verdad (que es la función significación en este caso), que tiene dos denotaciones posibles (V o F), dos valores de verdad de la función verdad.

Entonces, una proposición, con la denotación objeto + el significado concepto (es decir un objeto que cae bajo un concepto) = una denotación-objeto (valor de verdad). Los dos valores de verdad del enunciado predicativo se tratan como dos² objetos internos de la lógica, o sea, dos denotaciones internas adjudicadas a la proposición.³

En Lacan hay dos valores de verdad más, que a su vez son objetos especiales:

(a / -Ψ)

A partir de ahora, *Bedeutung* se refiere a la denotación. Esto es más lioso de lo que parece, ya que si un nombre común no tiene más que denotación, el problema ahora es su existencia. Tenemos que definir dos conjuntos, y no sólo uno, el de los predicados y el de los objetos. Este último denominado universo del discurso. Entonces, ¿existe ese objeto denotado en el universo del discurso? Solo con nombrarlo no es suficiente para asegurar su existencia. Esto costó verlo hasta que el intuicionismo insistió en ello. Ahora bien, que exista como objeto es diferente de que exista como significante. Este es un problema importante para el psicoanálisis. Son dos existencias que no deben

² Vale la pena recordar que hay lógicas polivalentes que tienen más valores de verdad denotativos, llegando a tener infinitos valores. Es el caso de L_ω de Lukasiewicz.

³ Por eso Lacan los usa, para ampliar la lógica del fantasma, como dos objetos internos del psicoanálisis (a / -Ψ).

confundirse. En la lógica formal, que sea significante se da por supuesto⁴ y el problema es si existe en el universo del discurso como objeto. Además, en las tópicas binarias saussorianas, ser significante u objeto depende de qué lugar ocupa en el signo, o la tópica de la significación, si arriba o abajo. Lo decimos porque un objeto en lo simbólico es también un significante, pero un significante que representa a una cosa. Incluso a otro significante como si fuese una cosa.

En psicoanálisis, esto nos lleva a que diferenciamos bien los registros, real = cosas, simbólico = significantes. El objeto es lo que no es significante, aunque puede ser simbólico también, pues es una representación. También imaginario, otra cara de la representación. Nunca⁵ es real, que quede claro. En la lógica, habitualmente, el objeto se toma como una representación imaginaria de la cosa y el significante lo representa metiéndolo en lo simbólico. Luego hay dos representaciones encabalgadas. En la ciencia es cristalino. En psicoanálisis, con tres registros todo es más complejo y a la vez más esclarecedor. Seguimos la vía trina de Peirce, pero con modificaciones. Cada registro ofrece representaciones distintas; por ejemplo, lo imaginario y lo simbólico representan de forma distinta a lo real.

Por eso los dos objetos lacanianos están de entrada como representación añadida y distinta. Uno imaginario y el otro también; sean el petit @ o el falo imaginario: @/ Ψ . Es más tarde cuando le añade al petit @ la idea de *manque* u objeto perdido (una especie de ausencia) y al falo imaginario su negativización clara. Son la causa del deseo y la castración: @/ $-\Psi$. Es su manera de que no solo representen a lo imaginario. Lo imaginario ofrece al significante objetos que son imágenes y las *Vorstellungen*, y lo simbólico las *Vorstellungen-repräsentanz*, S_2 y finalmente los S_1 . Pero además, en el triskel de las caras del objeto vemos cómo hacer una especie de signo trino. Freud funciona con dos términos: representación y cosa (o palabra)-representación. En Lacan la representación es algo más. Lacan quería hacer un seminario "objeto y representación" para aclarar esto. Por eso ya se va acercando a la lógica de lo real y no de lo simbólico.

1.3 Escritura de la lógica como funciones y argumentos

Con el enunciado predicativo, a partir de los referentes dados al NC y al NP, Frege dice que el esquema clásico (sujeto, cópula y predicado) debe cambiarse por un objeto y una función.

Las letras mayúsculas pertenecen al conjunto de los predicados $P(X)$. Las letras pequeñas pertenecen al conjunto universo del discurso u objetos $U(Y)$.

⁴ El nominalismo que cree que con nombrar una cosa ya existe como objeto, tal como en el Génesis.

⁵ Esto hay que matizarlo tras el nudo y sus superficies ya que éstas se apoyan en los registros. Pero de momento, lo dicho. No confundir objeto de goce con real.

Pedro es verde $\Rightarrow z = p(x)$

Pedro es el objeto z que \in a $U(Y)$, pertenece al universo de los objetos o universo del discurso.

Verde es el predicado $p(x) \in$ a $P(X)$, pertenece al conjunto de los predicados.

Es una lógica de lo escrito más que una lógica de lo hablado, y así debemos entender la función fálica y sus fórmulas de la sexuación; no se trata tanto de lo enunciado como de lo escrito.⁶

Entonces decimos que z , como objeto, ha caído bajo el concepto p .

1.4 Resumen básico

Oración = sujeto, cópula, predicado. Tiene un sentido lingüístico y un referente que es un pensamiento.

Nombre propio: no tiene significado *sensu stricto*, pero tiene una denotación: un objeto.

Nombre común: tiene significado, que es un concepto, y no tiene una denotación;
Enunciado predicativo = NP + NC

La oración tiene entonces dos vías diferentes:

La lingüística: el sentido \rightarrow referente = pensamiento. El sentido de la oración formado por la conjunción de los sentidos de los signos. En algunos teóricos americanos, como Chomsky, el sentido es la semántica, el significado de Saussure. Otros autores como Bloomfield y el conductismo americano reducen el sentido y la significación a lo mismo.

La lógica trata la denotación. La oración formada por nombre común (cuyo significado es un concepto) y nombre propio (cuya denotación es un objeto) \rightarrow denotación del enunciado predicativo = valor de verdad para la proposición.

Aquí se ve la ambigüedad de la palabra *Bedeutung*, que tanto se refiere al proceso de significación como a su resultado. Es la diferencia entre la función verdad y sus dos valores: verdadero o falso. **Cada enunciado predicativo tiene, por la función verdad, una denotación (V o F).**

⁶ Ver seminario de Geneviève Morel, *La différence des sexes*, en particular el capítulo "Les négations et la jouissance", pág, 97. Association de la Cause Freudienne-Lille. En Lacan está en los *Seminarios XIX y XX* especialmente. En el *Seminario de la identificación* está tratado como la diferencia Phasis / Lexis.

1.5 Resumen de Lógicas

1.5.1 La primera es la lógica de enunciados o proposiciones, en la que no se entra en la estructura interna de las oraciones, como hemos visto hasta ahora. Es decir, el enunciado está formado por una o varias oraciones y están empaquetadas como un ladrillo. No hay universo del discurso, solo conjunto de enunciados $E(X)$. Se articulan los enunciados mediante las conectivas. Es bueno saber que todas las conectivas pueden definirse con dos⁷ operaciones: la negación y el implicador. Fíjense que Freud empezó con la negación y Lacan, además de ampliarla, incluyó una especie de implicador en el "representa para...". En la segunda lógica se trata de la lógica de predicados, en la que se cuantifican los objetos-sujetos (la sutura del sujeto en el nivel lógico). Objetos-sujetos que se suponen que están recogidos en un conjunto denominado universo del discurso. Se trata del universo del que se predica y no del discurso hablado. El otro conjunto es el de predicados. Nombre común = predicado y nombre propio = objeto-sujeto. Es el paso para entrar en la estructura interna de los "enunciados" y por eso las hemos denominado enunciados predicativos. La estructura interna de los enunciados, si quieren decirlo así.

1.5.2 Tanto en los enunciados como en los enunciados predicativos, el paso siguiente es enlazarlos mediante una sintaxis. Ésta está formada por las conectivas. Por eso, si se comienza un libro de lógica, éste empieza con los enunciados y explica las conectivas más la negación. Debe entenderse cada capítulo como una profundización en la estructura del enunciado: lógica de enunciados y sus conectivas; lógica de predicados de primer orden; lógica de predicados de segundo orden; lógica de relaciones (hay dos sujetos-objeto como mínimo). Muchas veces la de segundo orden se la saltan y la dejan para otro libro más elevado.

1.5.3 La lógica de segundo orden es debida a que también se cuantifican los predicados. Un ejemplo de proposición de segundo orden: "no todo hombre encaja en algunos predicados de virilidad". Luego, como en los de primer orden, se les aplican las conectivas

1.5.4 El paso siguiente es modalizar la verdad, decir cómo se da la verdad; es un paso de ampliación y no de profundización. Se trata de la lógica modal alética. Una enunciado predicativo o no del orden que sea, o una relación del orden que sea, puede ser

⁷ Incluso con una sola, la denominadas NAND y NOR en electrónica. En lógica se las denomina barra de Shaffer y de Nicod.

necesariamente verdadera (lo que era hasta ahora la verdad en la lógica) o puede ser posiblemente verdad, contingentemente verdad o, finalmente, imposiblemente verdad. Necesario, imposible, posible y contingente es como se denomina a los modos. Se suelen utilizar dos símbolos, el de necesario y el de posible y con ellos definir los 4 modos apoyándose en la negación. \Box = necesario; \Diamond = posible.

1.5.5 La otra modalización conocida es la cuantificacional, que es una extensión de la cuantificación de los individuos del universo del discurso que ya hemos comentado. Pero no olviden que aunque también se efectúe con dos símbolos, \forall = para todo y \exists = existe al menos uno, estos solo aportan dos modos; el tercer modo es el modo vacío, de extraordinaria importancia. No hay cuarto modo equivalente al contingente, porque Aristóteles así lo quiso. Lacan lo añade con su "pas-tout". Aristóteles la denominaba "me pantès". Ver gráfico con esquemas con signos de estas lógicas modales formales:

ALÉTICAS PROPIEDAD			EXISTENCIALES CUANTIFICACIÓN	
NECESARIO	\Box	$= \neg \Diamond \neg$	$\forall = - - \exists -$	UNIVERSAL
POSIBLE	\Diamond	$= \neg \Box \neg$	$- \forall - = \exists$	EXISTENTE
CONTINGENTE	$\Box \neg \wedge \neg \Box$	$= \Diamond \vee \Diamond$		
IMPOSIBLE	$\Box \neg$	$= \neg \Diamond$	$\forall - - = \exists = \emptyset$	VACÍO

1.5.6 El paso siguiente es adverbializar la verdad: "muy verdadero" o "poco verdadero", "falso", "casi falso", etc. Es la lógica fuzzy, que os explicaré en poco tiempo. Ya la introduje en el seminario virtual, me temo que de forma ilegible para la mayoría por ser necesario conocer un poco la lógica formal habitual. Esta lógica, a nivel de conjuntos, lo que supone es utilizar la pertenencia de un conjunto, o elemento, a otro, \in , pero parcialmente o en grado. Se apoya en las lógicas multivaloradas, en particular la L_w de Lukasiewicz. En ésta los valores de la función verdad son infinitos, tantos como números tiene la recta de los números reales.

1.6 Presentación de la lógica como cálculos o presentación axiomática de las lógicas

1.6.1 Axiomas Sean la lógica de enunciados, de predicados o de relaciones, se presentan de dos formas distintas aunque equivalentes: bien como un conjunto de

axiomas, de los cuales, mediante al menos una regla de deducción, se obtienen todas las deducciones verdaderas (o válidas en su caso): las denominadas leyes lógicas. O bien puede presentarse como un conjunto de reglas de inferencia válidas. Son las reglas de inferencia, otra manera de presentar la ley de manera que se sitúan primero las premisas y luego, tras la raya, la conclusión. El ejemplo más sencillo son los silogismos.

1.6.2 Tesis añadidas Una vez las tengamos como axiomas, a veces se añaden a ellos unas tesis que en el caso que se estudia también son válidas. Son las hipótesis verdaderas. Y la pregunta siguiente es (pasando al metalenguaje) si el sistema es consistente y completo. Consistente es que no se pueda deducir una tesis y su contraria, y completo que en un número finito de pasos se puede deducir la verdad o falsedad de un tesis cualquiera.

1.7 Lo que necesitamos saber sobre lógica formal

1.7.1 Leyes Explicar las leyes fundamentales de la lógica: tercero excluido, bivalencia; leyes de Morgan en forma de implicadores y obtener la igualdad por medio del bicondicional. Si acaso abordar su extensión conjuntista.

1.7.2 Terminología Hay una serie de términos que deben ser bien explicados, separando radicalmente el nivel sintáctico y el semántico: verdad y validez; deducción y consecuencia; teorema y tautología, etc. Es decir, hay que explicar mínimamente, deducible en validez y en deductibilidad, consistencia y completud sintáctica y semántica. Cuatro aspectos metalógicos que se confunden mucho.

1.7.3 Clases y conjuntos Separar intensión y extensión e introducir la teoría de conjuntos, diferenciándola de la de clases; esto es un asunto básico para separar S_1 y S_2 a nivel lógico. Ir a las paradojas, separar bien las clases propias de las impropias (los conjuntos) y explicar el problema de las definiciones bien establecidas para definir un conjunto y explicar todo el trabajo hasta los axiomas de Cantor-Zermeo-Frankel.

1.7.4 Interpretación Explicar lo que es una interpretación semántica de una lógica y sin entrar en teoría de modelos. Y más tarde podremos dar el salto de la lógica formal a la lógica de lo real. Satisfacibilidad y refutabilidad.

1.7.5 Acercamiento a la lógica de lo real Un intento de que la lógica funcione -es una analogía lo que propongo de momento- tal como las matemáticas con la física. Eso sí, siempre sin axioma de identidad que el significante no tolera, aunque la letra sí lo haga.

1.7.6 Las operaciones superiores Se trata del primer paso para acercarse a Lacan, explicar los grupos cíclicos someramente, y en particular el de Klein, usado en lógica. Con ellos se puede abordar la lógica del fantasma.

1.7.7 Las segundas funciones semánticas Segundo paso, funciones lógicas semánticas y los puntos singulares en los dominios matemáticos. Para abordar la función fálica, nos apoyaremos en la lógica modal para ver primero las modificaciones que Lacan hace a la modal alética y a la modal cuantificacional.

Capítulo 2

Las lógicas habituales más sencillas

2.1 Lógica de enunciados (proposiciones)

2.1.1 Definiciones primeras. Un enunciado es una frase que puede tener valor de verdad o falsedad (valor apofántico). No toda frase u oración⁸ lo tiene. En una teoría cualquiera sobre un real, los enunciados en principio tienen un valor de verdad empírico por experiencia o porque nosotros queremos que lo tengan: las hipótesis ciertas. En lógica, de entrada, por ser una ciencia formal, todo queda abierto, de modo que en el conjunto de todos los enunciados, $E(X)$, podemos asignarle a cada uno el valor de verdad que queramos. Si lo hacemos para todos ellos se denomina *una valoración* (primera semántica). Entonces, un enunciado dado es verdadero en una valoración y falso en otra. Recordamos que el valor de verdad de un enunciado es su valor semántico. Entiéndanlo bien: es su valor denotativo y no su significado. Aunque en lógica algunos autores llamen a la denotación "significado", es una terminología que induce a error. Un enunciado tiene un significado, si lo tiene (denominado su "sentido"), y una denotación (*Bedeutung*). La denotación es un objeto y en lógica ese objeto es lo verdadero o lo falso, como si fuesen objetos.

Por eso Frege denomina *Sin* al sentido (*sens* en francés) y a la denotación *Bedeutung* ("significación" en francés). Con ello, han liado un poco, pues debió haber dicho *denotación* y mantener *Bedeutung* para el proceso que se la otorga. También en otras lenguas latinas se tradujo *Bedeutung* por "significación". Pero que quede claro: significación es el proceso de adjudicarla, y lo que se adjudica en ese proceso es el objeto verdad o el de falsedad⁹. Por eso Lacan denomina efecto de sentido al significado (caso de la lengua) y significación a la denotación en *La Instancia de la Letra* y solo al final de su obra traduce definitivamente *Bedeutung* por "denotación".

Los enunciados consisten en un signo complejo pero "empaquetado" y no divisible en partes¹⁰, si prefieren decirlo así. Se articulan entre ellos mediante una sintaxis especial

⁸ Suele decirse "frase" para el formato de la lengua y "oración" para el formato hablado. Es la terminología de Benveniste adaptada a nuestro caso. En el caso de lo escrito no hay un término apropiado, que sepamos. Tal vez el "lectón". Por eso Lacan pasa del término *Parole* al de *decir*, entre otras cosas.

⁹ Objetos a los que Lacan añade dos más (paramétricos, si quieren decirlo así): el objeto @ y el objeto -φ.

¹⁰ Están compuestos de signos más sencillos.

formada por los funtores conectivos o simplemente conectivas. Hay 16 conectivas si se articulan dos enunciados y 256 si se articulan 3. Si utilizamos paréntesis para establecer enunciados más complejos, con ellas podemos articular complejos de enunciados todo lo largos que queramos. Dado un complejo de enunciados, podemos deducir el valor de verdad de dicho enunciado complejo utilizando no solo el valor de verdad de los enunciados sino el *valor de verdad de las conectivas*. Este es conocido como el método semántico y veremos más abajo que hay otro sintáctico. Las conectivas más conocidas son la implicación, la conjunción y la disyunción.

El valor de verdad o falsedad de las conectivas estará en función del valor de verdad de los enunciados simples. Se trata de las denominadas tablas de verdad. No confundir la valoración previa de los enunciados con el valor de verdad de las conectivas; sería como confundir el sentido de las palabras con el sentido de los signos y los determinantes gramaticales en la sintaxis.

Fíjense que el valor de verdad de las conectivas es propio en función de la verdad o falsedad de los enunciados, luego el valor de verdad de las conectivas es independiente de la valoración previa que hayamos establecido para los enunciados. Es puramente semántico o formal. Dice que si este es falso y aquel verdadero su conjunción será tal o cual.

El valor de verdad de los enunciados es "su denotación lógica primera" y es opcional. En este caso se toman los valores de verdad como objetos simbólicos. Esto es muy importante para el psicoanálisis. Se suele dar un nombre a las conectivas más conocidas: implicador, conjunción y disyunción (no excluyente). Entonces se pueden definir las otras 16 en función de una de ellas, habitualmente el implicador, pero necesitamos algo más para hacerlo: la negación, que no es una conectiva¹¹.

La negación no conecta dos enunciados, simplemente construye otro que es su negación. Por eso suele definirse como un operador monario frente a las conectivas, que son operadores binarios.

Como hemos dicho, la lógica busca establecer cuál es el valor de verdad de cada conectiva en función del valor de verdad de los dos enunciados que conecta. Esta es la

¹¹ Por eso Freud nos introduce en un momento dado la partícula de la negación fuera del Inconsciente. Lacan, por su parte, nos introduce una definición del implicador como repetición. Ambos fuera del Inconsciente. Este no hace lógica sino que trabaja. El Inconsciente trabaja sobre los discursos y sus implicadores.

verdadera verdad lógica. Una verdad en función de la articulación formal; por eso se denomina ciencia formal por su verdad formal. Una vez establecido el valor de verdad de las 16 conectivas se puede obtener el de los enunciados más complejos, formados por muchos enunciados encajados y articulados mediante paréntesis con las conectivas y la negación.

Recuerden que Lacan empieza redefiniendo la negación para el significante, ofreciendo diferentes tipos, y no una sola, como en la lógica formal. La primera es una negación cuya negación de la negación no es la tesis primera¹². Lo hace indicando que un significante ya es una negación en sí mismo, negación de la cosa que se perdió¹³, y que negar un significante no alcanza la cosa perdida en la primera negación que él mismo representa. La segunda es la negación propiamente dicha. En consecuencia, con esa imposibilidad de alcanzar a la cosa¹⁴, Lacan propone dos objetos más de "verdad denotativa": el objeto @ y el objeto $-\varphi$. El objeto @ le encaja con la lógica intuicionista, que tampoco acepta que la doble negación asegure la afirmación; no lo hacen como consecuencia de no aceptar el denominado "principio del tercero excluido". Los intuicionistas dicen que ahí en el medio, entre no-p y no-no-p "hay algo" que no saben qué es. Pero cuidado, sí que aceptan el principio de no-contradicción. Si p lleva a una contradicción, se puede afirmar no-p.

En ese "en medio" Lacan coloca el objeto @. La castración es un término que Lacan situará de forma no lógica, sino como una magnitud negativa, hasta que puede articularla con el $S(\bar{A})$ y la añade como un objeto negativo¹⁵. También, a su manera, redefine el implicador convirtiéndolo en un conector entre significantes mediante la definición "un significante representa un sujeto para... (aquí sitúa el implicador psicoanalítico) otro significante". A veces lo denomina o denominamos "copulador". Copulador que después, en el seminario *Ecore*, se definirá mediante él enlazando significantes y utilizando el falso agujero. Hasta aquí la presentación intuitiva y sintáctica de la lógica. Veámosla con más precisión.

¹² Que en lógica da pie al principio de no-contradicción.

¹³ Freud lo vio cristalino y por eso a lo que Lacan denomina "significante" él lo define como "representación-cosa".

¹⁴ Cosa perdida que nunca estuvo. Solo se siente como perdida cuando se la representa.

¹⁵ Caso de la neurosis y solo la neurosis. Las otras estructuras no cumplen dicha igualdad. Está definida en *Subversión del...*

2.1.2 Primeros conceptos del metalenguaje de la lógica Nos pasamos ahora a un poco de semántica pero a nivel metalingüístico: a la teoría sobre teorías. Proponemos una primera definición que suele costar entender bien y confunde a muchos. Dada una valoración cualquiera de $E(X)$, podemos escoger un número de enunciados $B(X) \subset P(X)$. El signo \subset es subconjunto. Si esos enunciados son ciertos en una valoración y entonces también lo es en esa valoración otro enunciado q , entonces decimos que q es una *consecuencia* de $B(X)$. Es decir, en la valoración que son verdaderos $B(X)$ también lo es q . Otra cosa son hipótesis $H(X)$. Son el conjunto de enunciados que queremos que sean verdaderos por definición para algunas circunstancias de uso de esa lógica¹⁶. Atentos, es *una consecuencia, no una deducción*. Es decir, se da y ya está, no se deduce de nada. En algunas valoraciones será una consecuencia y en otras no lo será. Se escribe así: $B(X) \models p$. Del conjunto $B(X)$ de enunciados o hipótesis se obtiene como consecuencia p .

También recibe el nombre de *implicador semántico*, o también se dice que " $B(X)$ implica semánticamente a p ". Que no debe confundirse nunca con el implicador o implicación material, que es otra cosa. La implicación semántica es una tesis del metalenguaje¹⁷ y no del lenguaje de la lógica.

Una definición más que suele dar problemas de comprensión: se dice que una proposición es *válida* cuando es verdadera *per se* en todas las valoraciones posibles. También se la denomina "tautología". Otra manera precisa de decirlo es que una tautología es implicada semánticamente por el conjunto vacío de hipótesis; solo depende de los axiomas que veremos más abajo. No se necesita condicionarla a ninguna hipótesis para que sea verdadera. Esto se escribe así en el metalenguaje de la lógica: $\emptyset \models p$. El conjunto vacío implica semánticamente a cualquier tautología.

2.1.3 La lógica de enunciados presentada en su aspecto sintáctico Ahora estructuraremos la lógica de enunciados de otra manera, al modo axiomático, tal como Euclides lo hizo con la geometría. Es lo que en Aristóteles empezó siendo la silogística y que después da este paso. Primero tenemos que establecer el concepto de deducción o demostración. Partimos de un pequeño y mínimo conjunto de enunciados o proposiciones que forman un subconjunto de $E(X)$, $A(X) \subset E(X)$. Consideramos verdaderos estos enunciados por intuición y experiencia y los denominamos axiomas. Necesitamos al

¹⁶ Los escogemos con esa valoración porque en una lógica, o en una disciplina que queremos construir o aplicar, nos conviene que sea así formalmente o porque sabemos que son verdaderos empíricamente.

¹⁷ La lógica aplicando sobre la lógica misma.

menos una regla de inferencia, de obtención de una conclusión a partir de las premisas (formadas por enunciados) y usando los axiomas. Obtendremos, tras formar un enunciado todo lo complejo que queramos con las conectivas y la negación, las sustituciones sintácticas (enunciados que pueden ser utilizados y añadirse al proceso de forma que se considera apropiada) hasta llegar al que deseemos demostrar. Es un proceso parecido a la resolución de ecuaciones en matemáticas.

No deben confundirse nunca las conectivas con las deducciones, es un error grave muy habitual en los autores psicoanalíticos. Ya está demostrado que con solo la negación y una conectiva (habitualmente el implicador¹⁸) es suficiente para escribir todos los enunciados complejos. Y también se pueden explicar las reglas de deducción partiendo de una sola. Se suele escoger solo un silogismo: El *modus ponens* es el habitual.

Si $p \rightarrow q \wedge p$ es verdad, entonces q es verdad¹⁹. A veces escrito así:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline q \end{array}$$

Los axiomas se pueden utilizar en cualquier deducción en toda lógica; las hipótesis solo en esa lógica aplicada después a teorías concretas. Entonces una deducción o demostración de un enunciado se obtiene a partir de un conjunto de enunciados, axiomas, y en su caso hipótesis, aplicando las conectivas y la regla de deducción (a veces denominada "regla de inferencia").

Un enunciado se debe poder deducir (demostrar) en un número finito y no muy largo de pasos. En cada paso se debe establecer una cadena de implicaciones desde uno o varios axiomas o hipótesis hasta llegar al que quiere ser demostrado. Esta cadena está formada por enunciados de esta forma: $P_{k-1} \rightarrow P_k$. Fíjense que el proceso es análogo al de los pasos para resolver ecuaciones, solo que cada línea ahora no es una igualdad sino una implicación y cada línea no es teóricamente igual a la anterior sino que es implicada por ella. Cada paso utiliza un axioma, una hipótesis o una regla de inferencia para formar un

¹⁸ Recuerden de nuevo que Freud define la negación y Lacan el implicador, entre significantes y con el objeto.

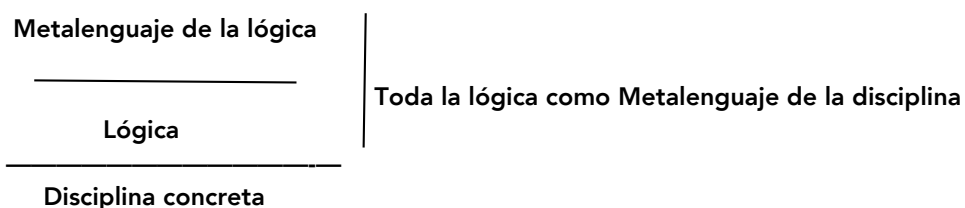
¹⁹ \wedge es la conjunción "y".

enunciado implicativo tal como lo hemos definido más arriba²⁰. Recuerden que no tenemos definido el axioma de identidad.

Supongamos que queremos deducir q . El proceso es una sucesión de enunciados, aplicando esas "reglas sintácticas" con los axiomas e hipótesis, de forma que al final queda $p_n \rightarrow q$.

2.1.4 Más conceptos básicos del metalenguaje en la lógica aplicados a la lógica de enunciados Una deducción en el metalenguaje se indica o define como: " q es deducible del conjunto de hipótesis $H(X)$ " y evidentemente los axiomas, y se escribe así: $H(X) \vdash p$. Es una definición puramente formal y que se basa en la "sintáctica". Algunos autores utilizan el término "decible"²¹ en vez de deducible, pero nosotros no. Porque decible para nosotros es que se puede "decir" y no por ello deducir. Lo hacemos para mantener la distancia entre el Habla y la Escritura.

Vayamos a otra definición que suele entenderse mal: si una proposición puede demostrarse a partir solo de los axiomas, decimos que es un teorema de dicha lógica. Y metalingüísticamente se dice que el conjunto vacío de proposiciones implica sintácticamente a q , y se escribe así: $\emptyset \vdash q$. No olvidemos que la mayoría de las veces, cuando aplicamos la lógica a otro campo del conocimiento, además de los axiomas se debe añadir una serie de hipótesis (enunciados que por alguna razón consideramos verdaderos) y entonces obtendremos más deducciones sintácticas además de los teoremas. Por contra, los teoremas dependen solo de los axiomas y la regla de inferencia. No se debe confundir añadir hipótesis con el hecho de aplicar una lógica a otra disciplina, como metalenguaje de ésta, y traspasarle su estructura. Es lo que se conoce como uso semántico sobre un modelo. Es una segunda semántica y que suele denominarse simplemente semántica o incluso una interpretación.



²⁰ Es un poco impreciso decirlo así, pero no queremos complicarlo excesivamente.

²¹ Nosotros preferimos guardar "decible" para lo que puede simplemente ser hablado o dicho y utilizar deducible para las cuestiones de eso con la verdad. Y más tarde diferenciarlo de lo escribible.

En esa aplicación semántica es cuando se utilizan otras terminologías para ese paso semántico, aunque algunos términos se utilizan de nuevo y uno debe saber que estamos no en el metalenguaje de la lógica sino de toda la lógica, con su metalenguaje incluido, aplicando a los enunciados de otra disciplina. Ahí es cuando aparece el concepto de satisfacibilidad y refutabilidad, que de momento no explicamos porque lo haremos más abajo. El esquema de las dos semánticas encabalgadas sería éste:

Volvamos al metalenguaje de la lógica de nuevo. Una lógica está formada por el conjunto de proposiciones o enunciados, otro conjunto de valoraciones posibles y la teoría de demostraciones o deducciones tal como la hemos definido. Suele presentarse también, como venimos diciendo, mediante un grupo de enunciados que se consideran verdaderos siempre, denominados axiomas, y otro grupo de enunciados verdaderos denominados hipótesis que son las que queremos que también sean verdaderas cuando nos convenga en "nuestra lógica". Ahora trataremos tres conceptos fundamentales: consistencia, coherencia, y adecuación.

2.2 La lógica de predicados

En la lógica de predicados se diferencia, dentro de lo que hasta ahora ha sido el enunciado, dos aspectos: el conjunto de los objetos denominado universo del discurso y el conjunto de todos los predicados (propiedades, si quieren decirlo así) que éstos pueden o no cumplir. Ahora la proposición está compuesta por un objeto y un predicado. Aquí aplica lo que hemos expuesto de los signos y las funciones en Frege. El predicado ahora es una función y los objetos que la hacen verdadera son su recorrido. Todo lo que hemos explicado para la lógica de enunciados y su sintaxis aplica también ahora a las proposiciones²². Una lógica proposicional está formada por las valoraciones, los objetos y los predicados. Antes solo había enunciados y valoraciones. Es la usada por Lacan para la función de reparto semántico del goce. Pero como veremos, muy retocada y ampliada. Tenemos $U(X)$ como universo del discurso, $P(x)$ que ahora es el conjunto de predicados y entonces definiremos el conjunto de las proposiciones $\mathcal{P}(X)$ y si queremos el conjunto de valoraciones de $\mathcal{P}(X)$, denominado $V(X)$. También puede presentarse en forma axiomática y/o en forma de cálculo. No la explicamos con tanto detalle para no fatigar y dejamos al lector que lo haga, si lo desea, por su cuenta. Simplemente damos por ampliada la teoría de los enunciados a las proposiciones.

²² A partir de ahora utilizaremos proposición incluyendo los enunciados; si en algún caso no lo hace lo indicaremos.

2.3 La lógica de relaciones

Es cuando se utilizan dos objetos del universo del discurso $U(X)$ y el predicado los relaciona. Se suele escribir así: $p R q$. P está relacionado con q . En nuestro caso indicamos que, para los lados sexuales, esa relación entre dos no se puede escribir. De ahí que, al menos de momento, no la exponemos, cosa que no implica que no tengamos que conocerla mejor. Básicamente, las relaciones que interesan para el psicoanálisis son las de parentesco, en el sentido antropológico, formalizadas con la teoría de clases del ancestral. Nos interesan sobre todo las relaciones de equivalencia y las de orden. Las segundas son fundamentales para establecer los retículos y en ellos, o en ellos, situar los *sinthomes* del padre simbólico o cualquiera que se sustente de una relación de orden, correcta o fallida. *Sinthomes* que podrán ser borromeos a 4 de forma que estemos en el padre del nombre simbólico, o reparadores, con lo que estaremos en pseudo-edipos u otras patologías. Son relaciones de orden más elaboradas, como los buenos órdenes en la neurosis o los más sencillos parciales para los edipos débiles. Es trabajo de un segundo texto.

Capítulo 3

Conceptos metalógicos superiores

3.1 Conceptos metalingüísticos sobre las lógicas como teorías

3.1.1 La consistencia Supongamos que en una valoración cualquiera tenemos que un enunciado es verdadero o falso; podemos preguntarnos si haciendo deducciones (equivalente a demostraciones en este nivel de la lógica) desde un conjunto cualquiera de enunciados o proposiciones (axiomas, añadiendo hipótesis o no) podría ocurrir que dedujéramos tanto que esa proposición cualquiera q y su negación $\neg q$ (o viceversa) fuesen verdaderos las dos a la vez. Es decir, una proposición cualquiera q es verdadera y falsa a la vez en esa valoración. Eso sería un desastre porque cualquier deducción para llegar a él podría darnos que es verdadero o falso según cómo hagamos la deducción.

Si aparece esa posibilidad, se dice que esa proposición es inconsistente. Ahora, damos el salto al metalenguaje. En consecuencia, toda lógica (y por ello toda valoración) en la que eso pueda ocurrir, aunque sea con una sola proposición, es inconsistente y no nos sirve porque, como dicen los lógicos, de lo falso se puede deducir cualquier cosa²³. Debe ser imposible que eso ocurra. Si eso es imposible diremos que es una lógica consistente. También se suele definir indicando que de lo falso no puede nunca deducirse un teorema. Las lógicas incompletas, que veremos más abajo, son de utilidad pero las inconsistentes no sirven para nada²⁴. En la inconsistencia, de lo falso se deduce la verdad de todo enunciado²⁵.

3.1.2 La adecuación Una lógica es adecuada si cuando es verdadera una implicación semántica, $B \models p$, también es verdad la implicación sintáctica, $B \vdash p$. En consecuencia, tiene la propiedad deseable de que las proposiciones válidas (siempre verdaderas) son demostrables.

3.1.3 La coherencia Una lógica es coherente si cuando se cumple que sí se da una implicación sintáctica, $B \vdash p$, se cumple que también se da la implicación semántica, $B \models p$.

²³ En otro lugar he dicho que esa es la manera de operar en la política.

²⁴ Eso decían los lógicos, hasta que apareció la lógica *fuzzy* que no cumple ni la consistencia ni el tercero excluido. Aunque antes aparecieron las paraconsistentes e incluso las que utilizan niveles de consistencia o grados de consistencia.

²⁵ Eso es la definición de la política.

Si eso se cumple entonces, tiene la propiedad deseable de que los teoremas son siempre verdad²⁶.

Tesis importante: está demostrado ya que la lógica de enunciados y la de proposiciones son consistentes, adecuadas y coherentes.

3.1.4 La compacidad Una propiedad a destacar, por su relación con un concepto de la topología, es la compacidad. Si de un subconjunto de proposiciones verdaderas, $A(X)$ o $\mathcal{P}_1(X)$ ²⁷, se puede obtener la consecuencia semántica de que p es verdadera, obtener la implicación semántica, $A(X) \models p$ o $\mathcal{P}_1(X) \models p$, si ocurre que de un subconjunto finito de $A(X)$ que denominamos $A(X)_0$ o $(\mathcal{P}_0^1(X))$ se implique semánticamente p , o p sea consecuencia de $A(X)_0$, $A_0 \models p$, $(\mathcal{P}_0^1(X)) \models p$, se cumple el teorema de compacidad. Otra manera, en este caso en la lógica y no en la topología, de pasar de lo infinito a lo finito. En la lógica de enunciados o proposiciones sí que se cumple la compacidad.

3.1.5 Algunas propiedades importantes sobre la consistencia Nos puede interesar saber si una parte de $E(X)$ o $\mathcal{P}(X)$ conjunto de proposiciones²⁸, un subconjunto, es consistente o no. Puede escogerse un subconjunto del conjunto de predicados $E(X)$ ya valorados y se define ese subconjunto de $E(X)$, sea $B(X)$ tal que $B(X) \subset E(X)$, $\mathcal{P}_a(X) \subset \mathcal{P}(X)$, si de él no puede deducirse nunca lo falso²⁹. Siempre que no nos salgamos de él estamos en la consistencia. Pero puede ocurrir que sea el máximo subconjunto consistente. Es decir, que sea denominando como subconjunto consistente maximal, porque $B(X)$, $\mathcal{P}_a(X)$, son consistentes y todo otro subconjunto de $E(X)$, $\mathcal{P}(X)$, que contenga a $B(X)$, $\mathcal{P}_a(X)$, como subconjunto es inconsistente.

Una manera mejor de definir un subconjunto consistente maximal es decir que cumple tres propiedades. La primera, no se puede deducir de él lo falso, (ser consistente). La segunda, contiene todas las deducciones que se pueden obtener de él. La tercera, dado

²⁶ Fíjense que si no fuese así, un teorema, verdadero por deducción, puede ser falso en la valoración primera. No hay que confundir la sintáctica con la semántica de la verdad.

²⁷ Que puede ser infinita.

²⁸ $E(X)$ ni $\mathcal{P}(X)$ tienen porqué ser consistentes.

²⁹ Es una manera muy condensada de decir que no puede deducirse la verdad de una proposición y la de su negación.

cualquier enunciado de $E(X)$, $\mathcal{P}(X)$, o de cualquiera con este, pertenece a $B(X)$, $\mathcal{P}_a(X)$, o lo hace su negación. De esta manera $E(X)$, $\mathcal{P}(X)$, puede no ser consistente, o sí, pero un subconjunto suyo lo puede ser, y si es maximal quiere decir que cualquier otro subconjunto que lo contenga será inconsistente; de ahí lo de maximal. Entonces todo subconjunto consistente será subconjunto de un subconjunto maximal. Entiéndase entonces que si $E(X)$, $\mathcal{P}(X)$, fuese consistente, él sería su propio subconjunto maximal y único. Esto nos ayuda a entender que puede haber un núcleo de proposiciones, dentro del conjunto total, que funcione consistentemente y el total no. El fantasma desde el punto de vista lógico es eso, un núcleo consistente. Eso sí, no es completo, por lo cual no tiene respuesta para todo, punto clínico fundamental para localizar qué lo ha hecho fracasar si se consulta por ello.

3.1.6 La equivalencia semántica Otra definición es la de equivalencia semántica entre dos proposiciones; es cuando el valor de verdad de una proposición es el mismo que el de la otra en todas las valoraciones. Y se escribe así, $p \vDash q$, que en el fondo es la doble implicación semántica. Eso sí, hay que entenderlo bien: $\{p\} \vDash q \wedge \{q\} \vDash p$. Dicho con palabras, el conjunto que contiene solo a la proposición p implica semánticamente a q y el conjunto que tiene solo a la proposición q implica semánticamente a p . La equivalencia semántica hace que se pueda definir una relación de equivalencia (congruencia) en $E(X)$, $\mathcal{P}(X)$, es decir establecer el conjunto de las clases en las que están todas las proposiciones que son equivalentemente semánticas. Ese conjunto de clases se denomina en el caso de $E(X)$ un álgebra de Lindembau. De modo que podemos operar con aquellas que son equivalentes como si fuesen la misma proposición desde el punto de vista semántico.

A modo de ejemplo, muchas veces los sujetos dicen: "si esto es verdad, esto otro lo será siempre" y se basan en esa equivalencia semántica. No se trata de un implicador. Es decir, cada elemento que pertenece a la misma clase tiene el mismo valor de verdad que todos los que pertenecen a su clase. Esto se ve bien cuando alguien dice: "esta tesis para mí es igual que esta otra" aunque no tenga el mismo sentido, y no ofrece deducción ni demostración alguna: ambas son verdaderas y equivalentes en verdad.

Capítulo 4

La metalógica fundamental

4.1 Propiedades entre semántica y sintáctica

4.1.1 Introducción Hemos hablado de consecuencias y valideces; de deducciones y teoremas; pero lo hemos hecho desde un punto de definiciones sincrónico y no calculista, en nuestro lenguaje psicoanalítico. Hemos dicho que si se cumple tal cosa entonces lo denominaremos de tal manera. Ahora hay que encontrar la manera de comprobar que se cumple esa propiedad de la definición para concluir que se puede aplicar la definición. Es decir, hay que encontrar un procedimiento (algoritmo) para comprobar que se cumple de forma efectiva lo exigido por la definición para poderla aplicar donde toque o donde queramos. Es decir, podemos comprobar si una proposición es una consecuencia o es deducible de un conjunto de axiomas, añadiendo o no hipótesis, no solo postulándola sino construyendo la forma de demostrarla. Además, queremos saber si lo podemos hacer con todas las que son válidas y teoremas.

4.1.2 La propiedad “sintáctico-semántica” de la decidibilidad (deductibilidad)

Una lógica es *decidible en validez* si existe un algoritmo finito para demostrar si cualquier proposición es o no válida. Una lógica es *decidible en deductibilidad* si existe un algoritmo finito para decidir si una proposición es un teorema o no lo es. Es decir, una cosa es afirmar una propiedad; afirmar el enunciado: “si ocurre esto implica que ocurrirá esto otro”; y otra, encontrar el algoritmo que demuestra ese enunciado y que sea posible hacerlo finitamente. Esto se ha exigido mucho más desde el intuicionismo o constructivismo aunque Hilbert ya lo exigía en su programa de rigorización formalista de la lógica. En él, Hilbert exige encontrar la manera de hacerlo y no solo “demostrar” que es así. Además, si el algoritmo no es finito, no es computable³⁰ por una máquina y no sirve.

4.1.3 La propiedad “semántico-sintáctica” de la completud y sus diferentes definiciones Ahora damos un salto al concepto de completud. Es un “salto al todo” en nuestra teoría. Vamos a ampliar las exigencias de coherencia y adecuación. Debemos

³⁰ En el sentido que luego Turing dio a este concepto.

definir la completud semántica y sintáctica, que son dos tipos de completud distintos, radicalmente distintos.

Supongamos que tenemos nuestros axiomas y la regla de deducción. Completud semántica quiere decir que se puedan obtener de ellos, mediante deducción, todas las fórmulas válidas o, equivalentemente, deducir todas las consecuencias de unos axiomas y, en su caso hipótesis añadidas. Fíjense que es la exigencia de adecuación aplicada a la formalización. No se trata ahora solo de que si hay implicación semántica haya implicación sintáctica, sino de que se puedan obtener o demostrar todas las que se saben válidas³¹. Es decir, que del sistema formal $S(X)$, $\mathcal{S}(X)$, que hayamos construido en esa lógica (axiomas, valoraciones, reglas de inferencia, etc.), si $S(X)$ o $\mathcal{S}(X)$ es el conjunto de las fórmulas válidas (siempre verdaderas o tautologías) entonces todas son demostrables, o dicho de otra manera, todas las fórmulas válidas (verdades lógicas)³² pueden ser implicadas sintácticamente (deducirse) de $A(X)$ o $\mathcal{A}(X)$ (los axiomas). Dicho de otra manera, todas las válidas (tautologías) son teoremas. Lo que indica que las válidas son un subconjunto de los teoremas. La lógica de enunciados y la de predicados son semánticamente completas.

Una definición más: la *completud semántica fuerte* es que si una proposición es implicada semánticamente por un conjunto de proposiciones³³, entonces también es implicada sintácticamente; esto coincide con lo que hemos definido como una lógica adecuada. Pero exige además que exista el proceso de deducción para demostrarlo o deducirla: es deducible o demostrable.

Gödel demostró que el cálculo de predicados, incluso añadiendo el axioma de identidad³⁴, también es semánticamente completo. A partir de ahí empezaron los problemas conocidos de los teoremas de Gödel, problemas que tratamos mínimamente ahora: de todas maneras enlazamos una página informativa relativamente comprensible:

³¹ No se trata solo de poder deducir si una lo es o muchas lo son. Tienen que poderse deducir todas las que ya sabemos que son válidas.

³² Si no hay proposiciones válidas añadidas a los axiomas, el asunto aún es más claro.

³³ Atentos, no hace falta que sean los axiomas.

³⁴ Axioma estrictamente necesario para pasar a las matemáticas.

Definamos la completud sintáctica. Para toda fórmula bien formada del sistema, o bien su afirmación es un teorema o lo es su negación. Dicho de otra manera, existe una demostración de ella o de su negación, escrito así para una proposición cualquiera: p es un teorema o lo es $\neg p$. Escrito, $\emptyset \vdash p \vee \emptyset \vdash \neg p$. De los axiomas, sin hipótesis o tres proposiciones añadidas, o se deduce p o se deduce $\neg p$.

4.1.4 Interpretación, satisfacibilidad o refutabilidad Un enunciado se denomina satisfacible, en el primer nivel semántico de la verdad, si es verdadero en al menos una valoración de las posibles que pueden establecerse. Si no es satisfacible es falsa siempre en todas las valoraciones y se denomina "refutable".

Indicamos muy someramente el concepto de interpretación para el caso de una segunda semántica. Una lógica aplicando sobre otra. Supongamos ahora dos lógicas establecidas, sus predicados, sus objetos y todo lo demás; es decir que estamos fundamentalmente en lógica de predicados también denominada cálculo de predicados de primer orden. Si a cada objeto del universo del discurso de la primera le adjudicamos un objeto del otro universo del discurso, hay una especie de ligazón entre objetos; "ofrecerle un nombre", lo denominan a veces. Si además podemos asociar a cada propiedad, o axiomas y demás, una aplicación del lenguaje de predicados primero a los segundos predicados, y si además existe una especie de isomorfía entre la estructura lógica de la primera lógica y la segunda³⁵, entonces tenemos una interpretación. Por ejemplo, aplicar la lógica a la aritmética.

Ahora el término satisfacible. Es un término que articula consistencia y verdad semántica. Ahora liguémoslo a la consistencia de un subconjunto. Se demuestra que si un subconjunto, $B(X) \subset E(X)$, $\mathcal{P}_a(X) \subset \mathcal{P}(X)$, es consistente, entonces existe al menos una valoración de $E(X)$, $\mathcal{P}(X)$, en la que todos los enunciados que pertenecen a $B(X)$, $\mathcal{P}_a(X)$, son verdaderos: es decir, satisfacibles. Es una definición que liga una propiedad formal o sintáctica con una propiedad semántica. De estas propiedades de un subconjunto consistente podemos extraer la conclusión de que al menos una parte de una lógica puede ser consistente sin serlo para todas las valoraciones. Además, esta propiedad fue la que seguramente hizo creer a Hamilton que debería poderse demostrar la completud semántica del los sistemas lógicos que expondremos más abajo.

³⁵ Lo que supone también una aplicación entre las valoraciones posibles.

4.2 La falta en la lógica, y por ende en las matemáticas³⁶.

4.2.1 Los trabajos de Gödel . Gödel, para la lógica de predicados de primer orden, probó el teorema de compacidad, que volvemos a explicar un poco más extensamente. Un conjunto de fórmulas es satisfacible³⁷, verdaderas en una valoración, si y solo si lo es cada uno de sus subconjuntos finitos. Una vez más, el paso de lo infinito a lo finito. Hilbert, matemático y lógico, fue quien propuso demostrar esas completudes y consistencias. Es decir, no le bastaba con postularlas como definición, exigía el paso a la demostración o deducción finita. Fíjense cómo en todos los niveles teóricos se busca salir de los procedimientos infinitos.

Ahora bien, lo que interesaba más a los formalistas³⁸ (Hilbert) era la completud sintáctica y la consistencia cuando el sistema era presentado en forma axiomática. Ello debido a que la presentación de una teoría³⁹, presentada de forma semántica, es decir, mediante un conjunto de proposiciones verdaderas, es siempre completa y consistente. Lo que ahora interesaba era presentarla axiomáticamente: un conjunto de axiomas más las reglas de deducción. Hilbert seguramente pensaba que, porque de la satisfacibilidad de toda fórmula consistente⁴⁰ se obtiene la completud semántica, sería posible que las estructuras lógicas pudieran ser sintácticamente completas y consistentes. Veremos más abajo que no.

Mezclemos un poco más sintáctica y semántica. En un sistema formal o una lógica, si es semánticamente completa, podemos decidir para todas las fórmulas no solo si son verdaderas, sino también válidas. Por contra, si existe una que no es posible deducir, entonces tenemos un indecidible: no podemos decidir sobre la verdad o falsedad de esa

³⁶ Recordamos que las matemáticas son para los formalistas una lógica más el axioma de identidad, y desde ahí se añaden los números. Y para los logicistas como Frege, los números se explicaban mediante lógica, luego todo era lógica.

³⁷ Si al menos una de ellas no lo es, entonces decimos que es refutable, y en consecuencia tampoco sería(n) válida(s).

³⁸ Recordamos someramente las tres líneas de la lógica ya unidas: logicistas (Frege), formalistas (Hilbert), intuicionistas o construccionistas (Brower).

³⁹ Una teoría es el conjunto de las fórmulas deducibles verdaderas.

⁴⁰ No lo hemos definido ni trabajado.

fórmula o sentencia⁴¹, que entonces queda como indeterminada o como un indecible. Entonces el sistema es semánticamente incompleto.

Capítulo 5

Apuntes para el psicoanálisis

5.1 Recuerdo de la completud semántica y su relación con la indeterminación

5.1.1 La indecibilidad Un sistema es incompleto semánticamente si al menos alguna fórmula o sentencia no es decible en él⁴². Este indecible (indecible) a veces recibe el nombre de enunciado o proposición o proposición indeterminada⁴³. La única manera de hacerla verdadera es añadirla a los axiomas por decreto; el problema es que muchas veces hace inconsistente el sistema, dando un salto a la lógica modal; este es el caso de la segunda negación de Aristóteles para la lógica modal alética, que Lacan recupera y añade al sistema. Esta segunda negación es definida como "no-del-todo", y nosotros la escribimos así: $\widehat{\forall}x \Phi X$, escrita de esta forma para diferenciarla de la aristotélica clásica⁴⁴, $\overline{\forall}X \Phi X$, con la cual no tiene nada que ver. Aristóteles la rechazó justamente porque hacía inconsistente su sistema⁴⁵. Entiendan a Aristóteles y la lógica formal: si en un sistema formal toda proposición se puede deducir, es decir se puede demostrar su verdad, es un sistema que permite cualquier cosa, y por eso no puede ser consistente. Es necesario que algo no se pueda deducir, sea como verdadero o como falso. Por eso la expulsó. Reintroducirla es comenzar el camino hacia una lógica de lo real.

Aclaremos que indeterminada quiere decir que el sujeto la añade sin poder demostrar que es válida aunque sea verdadera. De forma distinta en el lado hombre o mujer. Una se

⁴¹ Una sentencia es un concepto de la lógica de predicados que exige que las variables de la fórmula estén ligadas (no sean libres) a un universo del discurso concreto, que estén ligadas a un conjunto de objetos bien precisado. Recordemos que en psicoanálisis no existe dicho universo del discurso. Luego hay que modificar mucho la lógica formal para construir la lógica de lo real.

⁴² No todo se puede deducir y por tanto no es posible decidir si es válida o no. Atentos, es verdadera *per se* pero no se puede demostrar que sea válida.

⁴³ Es la que utilizará Lacan más adelante en la lógica de predicados, aplicado a la función fálica.

⁴⁴ El problema es que Lacan las escribe igual, aunque indica en *L'Étourdit* que sus fórmulas no tienen uso alguno en matemáticas.

⁴⁵ En ese momento la completud ni estaba definida.

sitúa con ella y el otro la sitúa a ella. En psicoanálisis esto indica que no queda más remedio que añadirla al precio de que el sistema devenga inconsistente; es uno de los aspectos de lo "mujer" que saca de quicio a todo el mundo, en particular a los obsesivos. Y otro aspecto que impide que el psicoanálisis devenga jamás una ciencia.

5.2 Escritura y Habla en la lógica de lo real lacaniana

5.2.1 Escribir y hablar Muy atentos ahora: la indeterminación no es lo que Lacan indica con "no es escribible". Una proposición o tesis que no es decible (en el sentido de decidible) quiere decir que puede ser hablada (decible en el sentido psicoanalítico) y de hecho puede ser escrita pero no demostrada su verdad. De ahí que una cosa es lo que no se puede escribir y por tanto está excluido de todos los dichos (hablado y escrito a la vez), xRy , y otra un enunciado o proposición de la función suplente de ella cuya verdad no puede demostrarse: una indeterminada.

5.2.2 Los teoremas de Gödel Las lógicas de enunciados y predicados son completas semánticamente pero no son sintácticamente completas. Es el primer problema para los lógicos cuando hacen metalógica⁴⁶. Ahora recordemos el primer teorema de incompletud de Gödel: ningún sistema definido recursivamente (con cierta complejidad) puede ser a la vez consistente y semánticamente completo. Es decir, dado un lenguaje formal y un aparato deductivo, si es consistente no es posible demostrar todas las fórmulas válidas. Evidentemente, si es semánticamente fuerte se trata de un sistema sencillo. Si queremos que el sistema sea completo, entonces hay que renunciar a la consistencia.

Es lo contrario de lo que intentan nuestros analizantes. Ante la inconsistencia e incompletud del Otro como sostén de toda lógica, (\mathbb{A}), primero, en la suplencia del fantasma, quieren que éste, el fantasma, sea consistente y entonces no es semánticamente completo; la consecuencia es que haya tesis no validables (son las que lo cuestionan porque el sujeto no puede decidir), y es lo que los puede llevar a demandar análisis⁴⁷. Es el caso de los neuróticos, que entonces deben entrar en la lógica del fantasma, en el sentido de las operaciones que lo constituyen, y así pasar por la pérdida y

⁴⁶ No solo lógica o teoría de conjuntos, ni álgebra de números, que es de donde se obtiene de entrada en la obra de Lacan $S(\mathbb{A})$.

⁴⁷ Las otras alternativas son las múltiples terapias que intentarán volverlo consistente de nuevo.

la castración. No tratamos ahora el caso de la otra suplencia, la sexuación. Por contra, en las psicosis se vive en la inconsistencia absoluta, caso de los trastornos afectivos por no disponer de fantasma⁴⁸ además de la incompletud semántica. Los de la línea esquizo, además, están en la incompletud sintáctica absoluta, lo que les lleva a la duda psicótica oscilante sobre la verdad de una tesis y su negación, duda que aparentemente es la duda neurótica. Así se puede diferenciar con precisión la duda obsesiva, la afectiva y la esquizofreniliforme o ya esquizofrénica.

5.2.3 La visión ingenua del estructuralismo y la solución lacaniana para el deseo

Ahora saquemos más conclusiones. Primero recordamos el segundo teorema de inconsistencia de Gödel, que fue el que destrozó las ilusiones de Hilbert y la versión ingenua de los sistemas formales. Un sistema formal de suficiente complejidad no puede demostrar su consistencia, y sobre todo completud sintáctica, con las tesis de dicho sistema; es decir, se necesita uno de más complejidad para hacerlo. Esto nos sitúa en una especie de huida hacia adelante de forma que cada teoría-sistema necesita una superior para asegurarse la consistencia. Una superior que necesitaba de la anterior para demostrar la suya propia. Este de nuevo necesita usar una que no se sabe si lo es a menos que, a su vez, utilicemos otra más potente todavía. Es el mayor cuestionamiento del estructuralismo que puede haber⁴⁹ y la mejor prueba de que Lacan tenía razón al indicar que la significación es retroactiva. Aquí todavía más, al serlo entre estructuras. Una vez más lo que ahora denominaremos la división fuerte del sujeto. No hay estructura a menos que se excluya alguna tesis y además se aplaste al objeto @. Toda estructura tiene un punto de imposibilidad, castración, gracias al cual se puede salir de ella, ya que toda tópica metalingüística fallará. Esto creemos que fue lo que hizo entender a Lacan que con el estructuralismo no había deseo alguno ni posibilidad de salir de la edad de piedra o de monos parlanchines. Si no lo pensó Lacan, lo pensamos nosotros. Es gracias a esa imposibilidad de que ninguna estructura se cierre sobre sí misma por lo que existe avance en el deseo.

Nosotros ahora avanzamos una nueva tesis para el psicoanálisis. Las tesis de la ciencia son las del psicoanálisis pero restringidas lógicamente. En la ciencia aparece el

⁴⁸ El fantasma es consistente pero no semánticamente completo. Por eso toda teoría es fantasma según Lacan. Toda realidad es fantasma. Lo que no quiere decir que el fantasma y la realidad sexual sean lo mismo.

⁴⁹ Situar a Lacan como estructuralista fue un gran error. Él usa el estructuralismo pero castrado, lo que no es lo mismo. Una vez más nos preguntamos dónde está la castración en la topología. Seguimos esperando de los más versados en ella que nos lo indiquen.

aplastamiento del objeto, sutura de las divisiones del sujeto, expulsión de tesis para asegurar el metalenguaje, etc. Pero en nuestro lenguaje decitémico la verdad se enuncia y se escribe: la ciencia es la formalización que excluye al deseo y convierte al goce en una energética.

Ya no se trata solo, como él captó al principio, de que los números reales no estén completos para satisfacer todas las raíces de una ecuación⁵⁰, o que las clases y los conjuntos no sean lo mismo, tal como captó con Frege y Russell, sino que existe el metalenguaje y eso produce la división fuerte del sujeto. Es una tesis más fuerte, aunque asociada, que la de que el significante no puede significarse a sí mismo. Si una estructura pudiese cerrarse sobre sí misma y hacer además de metalenguaje perfecto de otra, tal como desea la ciencia, no habría deseo alguno. Esta es la verdadera lectura que debemos hacer ahora de \mathbb{A} . Esta es la incompletud a nivel sintáctico (o retórico⁵¹ si quieren) del psicoanálisis añadida a la incompletud semántica, y que forma parte de lo que Lacan denomina el Universo de la falta. Por eso hay que ir con mucho cuidado con la topología porque aún no le hemos visto su falta y no debe ser un metalenguaje. Lacan lo indica diciendo: "yo no metaforizo cuando digo que la metáfora... y yo no metonimizo cuando digo que la metonimia..."

Añadimos que, ahí donde aparece ese universo de la falta, es donde empieza una ascesis de la escritura como suplencia. La escritura es algo más en Lacan que lo que entendemos por escritura hasta ahora. Una escritura que recurre tanto al matema como al poema.

5.3. Las soluciones lógicas lacanianas

5.3.1 El significante de la falta El paso siguiente que dio Lacan es construir un significante, que se escribirá de forma particular en cada uno, que nos permita subjetivizar también la inconsistencia del Otro (vía escritura únicamente ya que hablado no sirve), esa falta sintáctica, en todos los niveles que sea necesario. Este significante lo denominó el significante de una falta en el Otro y lo escribió así: $S(\mathbb{A})$. Un significante que permite parar la búsqueda inmisericorde de un metalenguaje que responda ante la falta

⁵⁰ Como quiere el teorema fundamental del álgebra.

⁵¹ Sustituciones de la lógica combinatoria sobre la lógica sintáctica, que Lacan nos propone para las operaciones del inconsciente sobre la cadena significativa. El sujeto muchas veces está justamente ahí, dividido, entre una estructura y su rotura hacia una mayor o menor. Como ven, es una segunda división del sujeto la que proponemos.

detectada \mathbb{A} . Solo deben escuchar los momentos fecundos en los trastornos graves o medio graves afectivos por faltarle ese significante. Un significante que quedará redoblado por el objeto @ como pérdida, y cuya ausencia o forclusión deja al sujeto sin poder situar ese objeto-pérdida que a su vez presentifica metonímicamente a la muerte, aunque de forma objetal y no significantemente. El sujeto afectivo puede representarse pero no puede nombrarse y en consecuencia solo le queda "el ser"⁵² para parar mínimamente esa búsqueda.

Una de las consecuencias de este fallo son la operación que Freud detecta cuando dice "la sombra del objeto ha caído sobre el Yo". La operación nombrar no es la operación representar como un signo a un objeto. El sujeto necesita ese significante, de lo contrario solo se representa vía signo y el sujeto no se representa así. Es lo que Lacan explica en *Subversión del sujeto...* Lo hace de una forma un poco alambicada. Lo plantea siendo este significante la solución de la operación nombrar. Lacan plantea en ese escrito la falta a nivel de los números y sus dificultades en el álgebra, y no con las clases y conjuntos tal como hará a partir del *Seminario XVI*.

Resulta que nombrar tiene como consecuencia la obtención de $S(\mathbb{A})$. Es decir, si no está no se podría nombrar. Alambicada, hemos dicho, porque la condición para la operación es el significante -1 ⁵³ del que dependerá el significante de una falta en el Otro. Tal como lo plantea en ese escrito, el sujeto no podría escribirlo porque falla la operación nombrar por no disponer de algo que Lacan aún no ha definido. También podemos verlo recíprocamente: justamente no puede nombrar por no disponer de dicho significante y entonces es cuando el objeto (la otra cara de la falta, *la manque*) es lo único que queda. Cuando Lacan dice que un neurótico es un sin nombre debemos entenderlo como que puede nombrarse con el trabajo analítico. El melancólico no podrá jamás, de ahí que solo hable de su ser.

5.3.2 El significante semántico Que ese significante sea uno distinto para cada sujeto es una de las premisas que nos permite explicar la variedad o una de las variedades del

⁵² Esta imposibilidad de nombrar es patognomónica en los afectivos. Por eso recurren para definirse, una y otra vez, a su ser y a su sentimiento. Sin captar que su falso ser solo hace signo del sujeto pero no lo nombra. Es importantísimo no confundir representar con nombrar en la clínica.

⁵³ El significante que marca la imposibilidad de cerrar el sistema en ese momento. Un significante incontable gracias al cual todos los otros pueden representar al sujeto. Significante que estallará más tarde, en el enjambre de los S_1 en el *Seminario XVI* y sobre todo cuando hace su nueva topología de la cadena significativa en *Encore*. Evidentemente, primero debe indicar que S_2 es el representante de la representación, todo un cambio con respecto a Freud.

caso por caso y una cierta variedad en los fantasmas construidos como suplencia. Añadiendo que, lo que en esa época indica que donde aparece ese significante o falla el metalenguaje, es donde se sitúa el Falo bajo el Otro designando los efectos de significación en ese momento. Lo que nosotros denominamos una función semántica que desarrolla, como hemos visto someramente, más arriba. Una función semántica que hacía de metalenguaje aunque Lacan no lo quisiese. Es gracias la rotura de la función "hacia lo real" y no solo significándolo como la saca de ser un metalenguaje. Lo veremos en el próximo escrito.

Recordamos que Lacan explica esta falta, desde los seminarios *De un Otro al otro* y *Encore* y mediante su nueva definición de la cadena significante, desde el punto de vista de las cadenas y no ya las clases, ni conjuntos, ni números. Dejamos de momento la lógica de predicados con más precisión y las lógicas modales, para abordar la escritura y la función fálica en ese otro texto.

Barcelona, 30 de Noviembre 2021